

PROPRIEDADES MULTIESCALAS DE ATRIBUTOS QUÍMICOS DO SOLO

Raimunda Alves Silva¹, Glécio Machado Siqueira¹

¹Departamento de Geociências. Universidade Federal do Maranhão, Avenida do Portugueses, 1966, Bacanga, 65080-805. e-mail: ray-234@hotmail.com; gleciosiqueira@hotmail.com

RESUMO. A dimensão fractal (D) descreve objetos uniformes ou em sistemas homogêneos, porém não oferece informação sobre as altas distribuições dentro do sistema. Assim, o objetivo deste trabalho foi avaliar a multifractalidade de atributos químicos do solo nas profundidades de 0-0,2 e 0,2-0,4 m sob cultivo de cana-de-açúcar. A área de estudo possui 4,41 ha e está localizada no município de Coelho Neto (MA, Brasil), onde foram demarcados 441 pontos em grade regular de 10 m. A análise multifractal foi realizada pelo método *box-counting*. A multifractalidade dos atributos químicos do solo em estudo evidenciou maior heterogeneidade de escala para os atributos na camada superficial, quando comparada à camada subsuperficial. O Mg apresentou diferentes graus de multifractalidade nas duas camadas em estudo, e o V% na camada subsuperficial apresentou comportou-se como um sistema monofractal.

ABSTRACT. The fractal dimension (D) describes objects that are uniform or in homogeneous systems, but does not provide information on the high distributions within the system. Thus, the objective of this work was to evaluate the multifractality of soil chemical attributes at depths of 0-0.2 and 0.2-0.4 m under sugarcane cultivation. The study area has 4.41 ha and is located in the town of Coelho Neto (MA, Brazil), where 441 collecting spots were demarcated in a regular 10 m grid. Multifractal analysis was performed using the box-counting method. The multifractality of the chemical attributes of the soil under study showed greater scale heterogeneity for the attributes in the superficial layer, when compared to the subsurface layer. The Mg presented different degrees of multifractality in the two studied layers, and the V% in the subsurface layer behaved like a monofractal system.

1.- Introdução

A elevada intensidade de manejo do solo na cultura de cana-de-açúcar no Brasil apresenta muitos problemas de degradação dos seus atributos biológicos, físicos e químicos. Assim, o conhecimento da variabilidade espacial dos atributos do solo é importante, pois, possibilita o manejo

localizado (Souza et al., 2010), minimizando os impactos negativos ocasionados pelo manejo do solo (Marinho et al., 2017).

O estudo da variabilidade espacial dos atributos do solo, deve considerar a sua variação em diferentes escalas espaciais, que podem ser horizontais ou verticais (Leiva et al., 2019). Portanto, para um melhor entendimento da dinâmica espacial dos atributos do solo, são necessários métodos que sejam capazes de avaliar a variação em escalas até então ignoradas. A análise multifractal têm permitido a compreensão da variação de medidas dentro de um sistema (Jorge et al., 2008), que pode ser caracterizado como monoescala ou multiescala. Um sistema multiescala ou multifractal compreende subconjuntos fractais entrelaçados com várias dimensões que são expressos pelo espectro de singularidade (Hentschel e Procaccia, 1983; Vidal Vázquez et al., 2013; Yakimov et al., 2014; Paz Ferreira et al., 2018; Siqueira et al., 2018; Yakimov et al., 2018).

A análise multifractal permite analisar fenômenos que apresentam variabilidade espacial e temporal de forma quantitativa, sendo cada vez mais reconhecida a sua aplicabilidade aos atributos do solo (Caniego et al., 2005; Vidal Vázquez et al., 2010; Siqueira et al., 2013; Bertol et al., 2017; Siqueira et al., 2018; Leiva et al., 2019).

Jorge et al. (2008) estudando solos cultivados e não cultivados concluíram que há maior grau de multifractalidade nos solos cultivados, pois são sistemas mais caóticos, e assim estão em constante mudanças ao longo de todo o perfil. Siqueira et al. (2018) estudando a atributos químicos em um transecto por meio de ferramentas multifractais, determinaram que os atributos químicos do solo possuem elevada multifractalidade. Marinho et al. (2017) avaliando o conteúdo de carbono orgânico em transectos verticais determinaram diferentes graus de multifractalidade relacionada com a intensidade de uso do solo.

Assim, o objetivo deste trabalho foi avaliar a multifractalidade de atributos químicos nas camadas de 0-0,2 e 0,2-0,4 m de um Latossolo Vermelho cultivado com cana-de-açúcar.

2.- Material e Métodos

2.1. Descrição da área experimental

A área de estudo possui 4,41 ha, e está localizada na Usina Itajubara no município de Coelho Neto (Maranhão, Brasil), cujas coordenadas geográficas são: 04° 15' 25" S e 43° 00' 46" W. A área é irrigada por meio de pivot linear nos períodos de estiagem e aplicado 60 mm ha⁻¹ de vinhaça no início de cada ano agrícola (dezembro/2015 a dezembro/2016). O clima da região é classificado Aw', com precipitação média anual de 1.181 mm e duas estações bem definidas: uma chuvosa (janeiro a junho) e uma estação seca (julho a dezembro), e temperatura média anual de 29 °C.

O solo da área de estudo é um Latossolo Vermelho Distrófico argiloso (EMBRAPA, 2018), cujas principais características químicas são apresentadas na Tabela 1. A área é cultivada com cana-de-açúcar (variedade RB92579) desde 1980, com corte e queima manual, e em setembro de 2014 a área foi renovada, gradeada, subsolada e aplicado como fonte de matéria orgânica em superfície 30 t ha⁻¹ de torta de filtro com composição aproximada de H₂O = 77,7%, MO = 16,9%, N = 0,28%, K = 56,64 mg, P = 1,18 mg e Mg = 76,9%. A calagem é realizada em superfície utilizando calcário dolomítico com 15% MgO 28% de CaO. O plantio foi realizado em sulcos com profundidade média de 0,3 m, com cerca de 15 gemas por metro linear com aplicação localizada de NPK no sulco.

Tabela 1: Caracterização física e química do solo, Maranhão, Brasil.

	MO	pH	P	K	Ca	Mg	CTC	SB	V%
0-0,2 m	15	5,2	16	4,7	18	13	61	43	70
0,2-0,4 m	10	5,36	20,8	4,3	18	12	63,3	43	68

MO: Matéria orgânica; P: Fósforo; K: Potássio; Ca: Cálcio; Mg Magnésio; SB: Soma de bases; CTC: Capacidade de troca catiônica; V%:

2.2. Amostragem

As amostras de solo foram coletadas no dia 28/01/2015, em 441 pontos amostrais distribuídos em uma malha regular com espaçamento entre pontos de 10 m, nas camadas de 0-0,2 m e 0,2-0,4 m de profundidade.

Os seguintes atributos químicos do solo nos 441 pontos de amostragem foram determinados por meio de metodologia proposta por Raij et al, (2001): matéria orgânica (MO, g dm⁻³), pH em solução de CaCl₂, fósforo (P, mg dm⁻³), potássio (K, mmol_c dm⁻³), cálcio (Ca, mmol_c dm⁻³), magnésio (Mg, mmol_c dm⁻³) e sódio (Na, mmol_c dm⁻³); e, após a realização da análise química foram calculados os seguintes atributos de fertilidade do solo: capacidade de troca catiônica (CTC, mmol_c dm⁻³), soma de bases (SB, mmol_c dm⁻³) e porcentagem de saturação por bases (V%).

2.3. Estatística descritiva e análise multifractal

Os principais momentos estatísticos [média, variância, desvio padrão, coeficiente de variação, assimetria, curtose e D (desvio máximo em relação à

distribuição normal por meio do teste de Kolmogorov-Sminorv, $P \leq 0,01$].

A análise multifractal foi realizada por meio do método *box-counting*, onde a probabilidade de P para sistemas heterogêneos, segue conforme Eq. (1):

$$P_i(\varepsilon) \sim \varepsilon^{\alpha_i} \quad (1)$$

onde α_i é a força de singularidade ou expoente de Lipschitz-Hölder, ε é a escala. Se pode caracterizar os conjuntos multifractais sobre a base das dimensões generalizadas do momento de ordem q em uma distribuição, D_q (Posadas et al., 2005), Eq. (2):

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{q-1} \frac{\log \mu(q, \varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \right) \quad (2)$$

A Eq. (2) se converte em:

$$D_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (3)$$

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(\varepsilon) \log(\mu_i(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (4)$$

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (5)$$

A dimensão zero, D_0 , é chamada de dimensão de capacidade, que proporciona uma visão global de um sistema; D_1 , é chamada de dimensão de informação, que está relacionada à informação da entropia (entropia de Shannon) e D_2 é conhecida com dimensão de correlação que calcula a correlação das medidas contidas em uma caixa de tamanho ε (Posadas et al., 2005).

Em monofractais os valores de D_1 e D_2 se tornam semelhantes a D_0 , e só ocorre quando o fractal é autosimilar e homogêneo, porém, no caso de multifractais, os espectros de dimensões diferentes q seguem a relação: $D_0 > D_1 > D_2$, conforme Eq. (6) e (7):

$$f(q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(N)} \sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \log[\mu_i(q, L)] \quad (6)$$

$$\alpha(q) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(N)} \sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \log[P_i(L)] \quad (7)$$

Os momentos de ordem q da distribuição estatística variaram em incrementos de 1 em 1.

3.- Resultado e Discussão

Os parâmetros estatísticos são apresentados na Tabela 1. O valor médio do teor de MO foi maior para a camada superficial (MO = 16,6 g kg⁻¹) em comparação com a camada de 0,2-0,4 m (MO = 11,31 g kg⁻¹). O conteúdo de MO é um indicador de qualidade do solo que contribui diretamente para fertilidade do solo e desenvolvimento das culturas (Castellano et al., 2015).

Tabela 1. Estatística descritiva dos atributos químicos do solo na área de estudo.

0-0,2 m								
Parâmetros	Unidade	Média	Desvio Padrão	Variância	CV%	Assimetria	Curtose	D*
MO	g kg ⁻¹	16,66	10,57	111,87	63,50	2,97	13,48	0,20Ln
pH		5,29	0,39	0,15	7,50	-0,14	-0,68	0,10Ln
P	mg dm ⁻³	15,87	8,90	79,21	56,10	2,11	7,14	0,15Ln
K	mmol _c dm ⁻³	4,91	1,62	2,62	33,00	5,31	49,79	0,17Ln
Ca	mmol _c dm ⁻³	18,97	5,32	28,39	28,10	0,39	-0,13	0,07Ln
Mg	mmol _c dm ⁻³	12,97	4,05	16,44	31,30	0,15	2,59	0,11Ln
Na	mmol _c dm ⁻³	7,90	1,72	2,96	21,18	0,47	1,07	0,10Ln
SB	mmol _c dm ⁻³	44,76	9,40	88,39	21,10	0,17	-0,46	0,05n
CTC	mmol _c dm ⁻³	63,78	11,56	133,76	18,10	0,30	0,07	0,05Ln
V%	mmol _c dm ⁻³	70,29	8,24	67,91	11,70	-1,13	1,40	0,09Ln
0,2-0,4 m								
MO	g kg ⁻¹	11,31	7,46	2,73	24,10	0,87	1,01	0,09Ln
pH		5,44	0,14	0,37	6,90	-0,12	-0,82	0,09Ln
P	mg dm ⁻³	19,99	217,85	14,76	73,80	1,53	4,17	0,13Ln
K	mmol _c dm ⁻³	4,47	0,74	0,86	19,30	0,08	-0,31	0,08Ln
Ca	mmol _c dm ⁻³	20,88	30,95	5,56	26,60	0,27	-0,88	0,08Ln
Mg	mmol _c dm ⁻³	12,72	24,76	4,97	39,10	1,34	2,76	0,15Ln
Na	mmol _c dm ⁻³	7,36	1,17	1,08	15,70	0,26	0,14	0,05Ln
SB	mmol _c dm ⁻³	45,45	68,70	8,28	18,10	0,44	-0,40	0,10Ln
CTC	mmol _c dm ⁻³	64,97	66,87	8,17	12,60	0,82	1,03	0,10Ln
V%	mmol _c dm ⁻³	69,56	29,16	5,40	7,80	-0,48	-0,26	0,09Ln

Os valores de pH demonstram presença de baixa acidez nas duas camadas em estudo, conforme classificação de Raij et al. (2001). O conteúdo de P, Ca, SB e CTC apresentaram maiores teores médios na profundidade de 0,2-0,4 m, resultado do manejo do solo adotado na área com adubação de plantio em profundidade.

Os atributos em estudo na sua maioria apresentaram valores médios de CV (%), conforme classificação de Warrick e Nielsen (1980), com exceção do conteúdo de MO (0-0,2 m) e P (0,2-0,4 m) que apresentaram valores de CV elevados ($CV \geq 60\%$). De acordo com o teste de Kolmogorov-Sminorv os atributos químicos do solo nas profundidades em estudo, apresentaram distribuição de frequência lognormal, exceto a SB (0-0,2 m) que apresentou distribuição de frequência normal.

A Tabela 2 apresenta os resultados da análise multifractal. Os valores de $\Delta\alpha$ ou variação do expoente de Hölder, foram maiores na profundidade de 0-0,2 m. A análise de $\Delta\alpha$, na profundidade 0,2-0,4 m apresenta-se mais estável, uma vez que possui menor grau de multifractalidade do sistema, sendo mais homogêneo quando comparada com a profundidade 0-0,2 m correspondendo a um sistema caótico, indicando influência do manejo adotado, pois a adubação de

plantio é realizada na camada subsuperficial, favorecendo uma maior homogeneização dos atributos químicos do solo em profundidade. Na profundidade 0-0,2 m, o K ($\Delta\alpha = 0,495$) apresentou maior grau de multifractalidade ou heterogeneidade, seguido pelo MO ($\Delta\alpha = 0,429$) e Mg ($\Delta\alpha = -0,423$). Para a profundidade 0,2-0,4 m, o conteúdo de P ($\Delta\alpha = 0,082$) e MO ($\Delta\alpha = 0,022$) apresentaram os maiores graus de multifractalidade.

Os valores de Δf , Δf_{\max} e Δf_{\min} estão associados a simetria da curva do espectro de singularidade dos dados. Nesse caso, os maiores valores de Δf na profundidade 0-0,2 m foram encontrados para o conteúdo de K ($\Delta f = 1,709$), MO ($\Delta f = 1,150$), Mg ($\Delta f = 1,090$) e P ($\Delta f = 0,886$); na profundidade 0,2-0,4 m as maiores variações foram encontradas para o P ($\Delta f = 0,860$), Mg ($\Delta f = 0,546$) e MO ($\Delta f = 0,227$). A variação nos valores de Δf_{\max} para a profundidade 0-0,2 m foi maior para o K ($\Delta f_{\max} = 1,644$) e menor para o V% ($\Delta f_{\max} = 0,012$). Na profundidade 0,2-0,4 m, a maior variação foi para P ($\Delta f_{\max} = 0,627$) e menor para pH ($\Delta f_{\max} = 0,005$). Para os valores de Δf_{\min} , a camada superficial apresentou o maior valor para Mg ($\Delta f_{\min} = -0,767$) e pH ($\Delta f_{\min} = 0,002$) e na camada subsuperficial, o P ($\Delta f_{\min} = -0,233$) apresentou a maior variação e o pH ($\Delta f_{\min} = 0,005$) a menor variação.

Tabela 2. Parâmetros multifractais dos atributos do solo na profundidade de 0-0,2 m e 0,2-0,4 m.

0-0,2 m										
Atributos	Δf	Δf_{\max}	Δf_{\min}	α_{\max}	α_{\min}	$\Delta\alpha$	$f(0)-f(-1)$	$f(0)-f(1)$	$\alpha(0)-\alpha(-1)$	$\alpha(0)-\alpha(1)$
MO	1,150	1,118	-0,032	0,451	0,021	0,429	0,017	0,060	-0,041	0,106
pH	0,020	0,018	-0,002	0,006	0,001	0,004	0,000	0,000	-0,001	0,001
P	0,886	0,863	-0,023	0,344	0,015	0,328	0,012	0,040	-0,029	0,070
K	1,709	1,644	-0,065	0,536	0,041	0,495	0,014	0,023	-0,029	0,042
Ca	0,167	0,124	-0,043	0,042	0,028	0,014	0,010	0,007	-0,020	0,015
Mg	1,090	0,323	-0,767	0,098	0,521	-0,423	0,184	0,022	-0,300	0,060
Na	0,089	0,061	-0,028	0,021	0,018	0,003	0,005	0,003	-0,010	0,007
SB	0,087	0,045	-0,042	0,018	0,027	-0,008	0,010	0,006	-0,019	0,013
CTC	0,053	0,041	-0,012	0,014	0,007	0,006	0,003	0,002	-0,006	0,005
V%	0,017	0,012	-0,005	0,004	0,003	0,001	0,001	0,001	-0,002	0,002
0,2- 0,4 m										
MO	0,227	0,169	-0,058	0,061	0,038	0,022	0,016	0,012	-0,031	0,025
pH	0,006	0,005	-0,001	0,001	0,000	0,001	0,000	0,000	-0,0005	0,0006
P	0,860	0,627	-0,233	0,253	0,171	0,082	0,177	0,08	-0,344	0,183
K	0,076	0,064	-0,012	0,022	0,007	0,014	0,003	0,003	-0,007	0,007
Ca	0,133	0,090	-0,043	0,034	0,028	0,006	0,012	0,008	-0,023	0,017
Mg	0,546	0,376	-0,170	0,119	0,106	0,013	0,019	0,011	-0,034	0,022
Na	0,075	0,066	-0,009	0,022	0,006	0,015	0,003	0,002	-0,006	0,006
SB	0,058	0,048	-0,010	0,016	0,007	0,009	0,003	0,002	-0,005	0,004
CTC	0,049	0,043	-0,006	0,014	0,004	0,009	0,002	0,001	-0,004	0,003
V%	0,010	0,008	-0,002	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	-0,001	0,000-8

Os valores de Δf_{\max} e Δf_{\min} definem o aspecto simétrico ou assimétrico da curva do espectro de singularidade, ou seja, por meio das variações de Δf_{\max} e Δf_{\min} pode se conhecer onde reside o domínio de valores na escala medida. De forma conceitual, o Δf caracteriza os arranjos estatísticos dos fractais, sendo f a entropia do sistema avaliado (Jorge et al., 2008).

O gráfico de dimensão generalizada (Fig. 1A) para o conteúdo de Mg na camada superficial (0-0,2 m de profundidade) demonstra que nos momentos $q = 0$ a $q = -2,5$ existe diferenciação nos momentos da dimensão quando comparado aos demais atributos químicos do solo. A diferenciação do Mg na camada superficial demonstrada pelo gráfico de dimensão generalizada pode ser resultado do manejo do solo aplicado na área de cultivo com cana-de-açúcar, que recebe calcário dolomítico com cerca de 15% de MgO aplicado em superfície, demonstrando que mesmo sendo o Mg um elemento móvel no solo, a correção da acidez do solo interfere sobre o comportamento multifractal deste elemento. O conteúdo de K, P e MO nos momentos $q = 0$ a $q = 5$ (Fig. 1A) demonstra que estes elementos possuem diferenciação na dimensão para estes momentos. Desta maneira, o manejo do solo na área de estudo com aplicação de torta de filtro alterou a multifractalidade do K, P e MO nestes momentos ($q = 0$ a $q = 5$). O gráfico de dimensão generalizada para o pH, CTC e os demais elementos na camada superficial (Fig. 1A) demonstra que estes atributos possuem

comportamento monofractal ou quasemonofractal.

A dimensão generalizada na camada subsuperficial (0,2-0,4 m de profundidade – Fig. 1B) demonstra que o conteúdo de P nesta camada é o atributo com maior heterogeneidade, tanto nos momentos positivos ($q = 0$ a $q = 5$) e negativos ($q = 0$ a $q = -2,5$). Neste caso, como a adubação de plantio é realizada nos sulcos em profundidade de 0,3 m, mais uma vez é possível evidenciar como o manejo aplicado a cultura da cana-de-açúcar interfere na multifractalidade dos atributos do solo. Os demais atributos medidos na camada de 0,2-0,4 m de profundidade (MO, pH, K, Ca, Na, SB, CTC e V%) apresentaram comportamento similar entre si, tendendo a uma reta, ou seja, tendendo a uma monoescala.

Os gráficos do espectro de singularidade apresentaram comportamento multifractal para os atributos de MO, P, K, e Mg na profundidade de 0-0,2 m (Fig. 2A). O comportamento dos demais atributos, coincidiu com o comportamento da dimensão generalizada (Fig. 1).

Os espectros de singularidade na camada de 0,2-0,4 m (Fig. 2B), demonstraram que o MO, Mg e P são os atributos com maior grau de multifractalidade. O conteúdo de P na camada de 0,2-0,4 m possui espectro de singularidade com elevada amplitude e baixa largura de espectro. Os demais elementos na camada subsuperficial apresentaram espectros reduzidos, todavia, indicando baixa tendência multifractal (Fig.

2B).

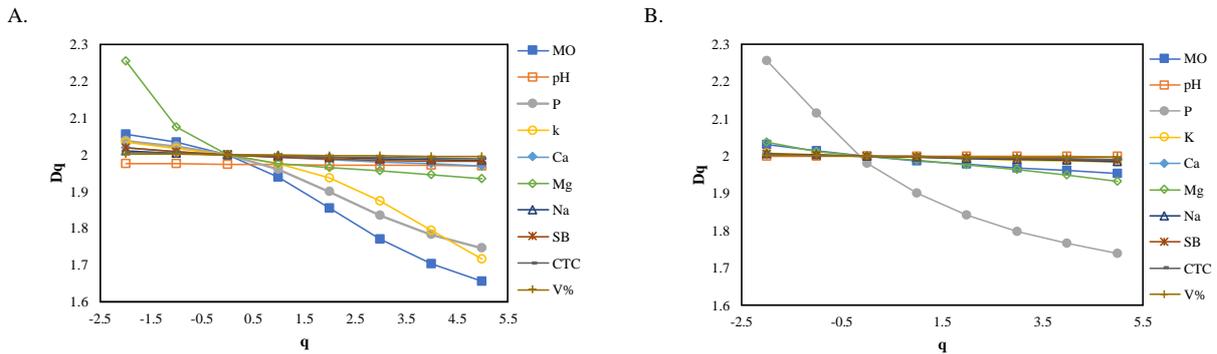


Fig. 1. Dimensão generalizada para os atributos químicos na área de estudo. A. 0-0,2 m e B. 0,2-0,4 m.

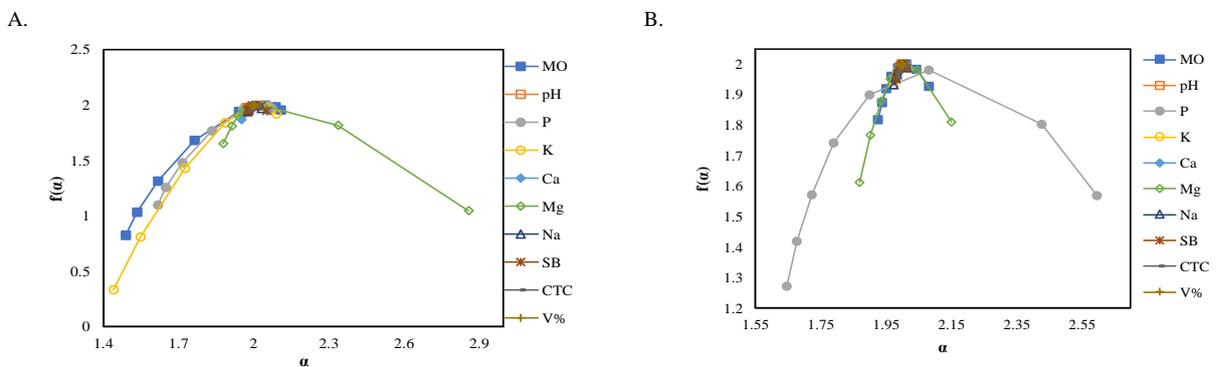


Fig. 2. Espectro de singularidade para os atributos químicos na área de estudo. A. 0-0,2 m e B. 0,2-0,4 m.

O Mg foi o elemento que apresentou maior assimetria do ramo direito, indicando que há domínios de valores baixos dentro da distribuição dos dados para as duas profundidades em estudo. Por outro, o P obteve maior amplitude do espectro, destacando assim, uma maior heterogeneidade nos índices de escalas, principalmente na profundidade 0,2-0,4 m. A amplitude do espectro de singularidade é indicativo de multifractalidade ou heterogeneidade de uma variável (Paz Ferreira et al., 2018; Siqueira et al., 2018). Marinho et al. (2017) avaliando conteúdo de carbono em diferentes usos do solo determinaram diferentes graus de multifractalidade para as variáveis, e diferente assimetria de ramos do espectro de singularidade, sendo o conteúdo de carbono em floresta nativa o mais heterogêneo em relação a cultivo de cana-de-açúcar, diferenciando padrões de distribuição de conteúdo de carbono no solo, podendo ser usado para avaliar qualidade do solo. Siqueira et al. (2018) estudando a multifractalidade de atributos químicos do solo em cultivo de cana-de-açúcar em transecto verificaram multifractalidade para os atributos de CO, P, Ca, Mg, K, CTC, SB e H+Al em múltiplas escalas, apenas o pH do solo obteve tendência monofractal.

3. Conclusão

O manejo do solo na área de estudo influenciou principalmente o conteúdo de MO na camada de 0-0,2

m e de P na camada de 0,2-0,4 m de profundidade, e o conteúdo de Mg nas duas profundidades em estudo.

A multifractalidade dos atributos químicos do solo em estudo evidenciou maior heterogeneidade de escala para os atributos na camada superficial, quando comparada a camada subsuperficial.

O gráfico do espectro de singularidade para o V% representou uma monoescala ou um sistema monofractal.

Agradecimentos. Os autores agradecem à FAPEMA - Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão e ao CNPq - Conselho Nacional de Científico e Tecnológico pelo financiamento. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

4. Bibliografia

- Anaya, C.A., y E.H. Sannwald, 2015. Long-term soil organic carbon and nitrogen dynamics after conversion of tropical forest to traditional sugarcane agriculture in East México. *Soil Till Res*, 147, 20-29.
- Banerjee, S., Y. He., X. Guo., y B.C. Si, 2011. Spatial relationships between leaf area index and topographic factors in a semi-arid grassland Joint multifractal analysis. *Aust J Crop Sci*, 6, 756-763.
- Bertol I., J. Schick., D.H. Bandeira., J. Paz Ferreira., y E. Vidal Vázquez, 2017. Multifractal and joint multifractal analysis of water and soil losses from erosion plots: a case study under subtropical conditions in Santa Catarina highlands, Brazil. *Geoderma*, 287, 116-125.

- Caniego, F. J., J.J. Ibáñez., y F. San José Martínez, 2006. Selfsimilarity of pedotaxa distributions at the planetary scale: A multifractal approach. *Geoderma*, 134, 306-317.
- Castellano M, K. Mueller., D. Olk., J. Sawyer., y J. Six, 2015. Integrating plant litter quality, soil organic matter stabilization and the carbon saturation concept. *Glob Change Biol*, 3200-3209.
- CONAB – Companhia Nacional de Abastecimento. Acompanhamento da safra brasileira – cana-de-açúcar Brasília-DF, v.4 Safra 2017/18 - Segundo levantamento, p.1-73, 2017.
- EMBRAPA - Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (2018) Sistema brasileiro de classificação de solos. Brasília, EMBRAPA, 590p.
- Gouyet, J.F. 1996. Physics and Fractals Structure. Nova York: Springer.
- Hentschel, H.G.E. y I. Procaccia, 1983. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D*, 8, 435-444.
- Leiva, J.O.R., R.A. Silva., R.N. Buss., V.L. França., A.A. Souza., y G. M. Siqueira, 2019. Multifractal analysis of soil penetration resistance under sugarcane cultivation. *Rev Bras Eng Agr Amb*, 23, 538-544.
- Marinho, M.A., M.W.M. Pereira., E. Vidal Vázquez., M. Lado., y A. Paz González, 2017. Depth distribution of soil organic carbon in an Oxisol under different land uses: Stratification indices and multifractal analysis. *Geoderma*, 287, 126-134.
- Paz Ferreira, J., M. A. Marinho., C.A. Abreu., y E. Vidal Vázquez, 2018. Soil texture effects on multifractal behaviour of nitrogen adsorption and desorption isotherms. *Biosyst Eng*, 168, 121-132.
- Jorge, A.C.L., A.N.D. Posadas., R. Nakamura., M.F. Guimarães., V.O. Roda., y P. Curmi, 2008. Aplicações da técnica multifractal para caracterização de manejo de solo. São Carlos: Embrapa. 2008.
- Raij, B. Van, J.C. Andrade., H. Cantarella., y J.A. Quaggio, 2001. Análise química para avaliação da fertilidade de solo tropicais. Campinas: Instituto Agronômico, 285p, 2001.
- Siqueira, G.M., E.F.F. Silva., E. Vidal Vazquez., y A. Paz González, 2018. Multifractal and joint multifractal analysis of general soil properties and altitude along a transect. *Biosyst Eng*, 168, 105-120.
- Signor, D., C.F. Zani., A.A. Paladini., M.D.I. Deon., y C.E.O. Cerri, 2014. Estoques de carbono e qualidade da matéria orgânica do solo em áreas cultivadas com cana-de-açúcar. *Rev Bras Cienc Solo*, 38, 1402-1410.
- Souza, Z.M., D.G.P. Cerri., P.S.G. Magalhães., y D.S. Siqueira, 2010. Spatial variability of soil attributes and sugarcane yield in relation to topographic location. *Rev Bras Eng Agr Amb*, 14,1250-1256.
- Vidal Vázquez, E., I. Bertol., G.M. Siqueira., J. Paz Ferreira., y J. Dafonte Dafonte, 2010. Evolution of the soil surface roughness using geostatistical analysis. *Bragantia*, 69, 141-152.
- Vidal Vázquez, E., O.A. Camargo., S.R. Vieira., J.G.V. Miranda., J.R.F. Menk., G.M. Siqueira., J.M. Mirás-Avalos., y A. Paz González, 2013. Multifractal analysis of soil properties along two perpendicular transects. *Vadose Zone J*, 12, 1-13.
- Yakimov, B.N., L.A. Solntsev., G.S. Rozenberg., D.I. Ludin., A.I. Shirokov., O.A. Lokteva., y D.B. Gelashvili, 2014. Local multifractal analysis of the spatial structure of Meadow communities at small scale. *Dokl Biol Scie*, 458, 297-301.
- Yakimov, B.N., D.B. Gelashvili., Y. Zhang., I.N. Markelov., S. Zhang., y K. Ma, 2018. Quantification of non-power-law diversity scaling with local multifractal Analysis. *Ecol Inform*, 48, 48-59.
- Warrick, A. W, 1980. Spatial variability of soil physical properties in the field. Application of soil physics. D. Hillel. p.319-344.