

EVOLUCIÓN TEMPORAL DEL CONTENIDO HÍDRICO DEL SUELO EN UN VIÑEDO BAJO DOS TRATAMIENTOS DE RIEGO: CARACTERIZACIÓN MULTIFRACTAL

J. M. Mirás Avalos

Estación de Viticultura e Enología de Galicia (EVEGA-INGACAL), Ponte San Clodio s/n 32427, Leiro (Ourense). e-mail: jose.manuel.miras.avalos@xunta.es, web: http://www.medioruralemar.xunta.es/areas/investigacion_e_formacion/centros_de_investigacion/evega/

RESUMEN. En este trabajo, se utilizó la técnica de reflectometría en el dominio de frecuencias (FDR) para monitorizar en continuo el contenido hídrico del suelo bajo un viñedo sometido a dos tratamientos de riego en el Ribeiro (Ourense). Se analizaron dos series de datos (una por tratamiento) registrados cada 30 minutos a tres profundidades (20, 40 y 60 cm) entre el 16 de junio y el 16 de agosto de 2011. Se comprobó que la profundidad que alcanza el sistema radicular es superior a 60 cm. Los valores de las dimensiones de entropía (D_1) y correlación (D_2) fueron menores en las series registradas bajo riego. El exponente de Hölder de orden cero (α_0) y las anchuras de los espectros de singularidad, $f(\alpha)$, fueron muy similares entre las series de datos analizadas. El índice de multifractalidad disminuye ligeramente con la profundidad. Estos resultados sugieren que los espectros de singularidad y Rényi fueron útiles para caracterizar la variabilidad temporal del contenido hídrico del suelo, diferenciando patrones entre series registradas bajo secano y riego.

ABSTRACT. In this study, the frequency domain reflectometry (FDR) methodology was used for automatically monitoring soil water content in a vineyard under two irrigation treatments in Ribeiro (Ourense). Two data series (one per treatment) were analyzed. These data were registered at 30 minute time intervals at three depths (20, 40 and 60 cm) between 16th June and 16th August 2011. We proved that root depth was greater than 60 cm. Values for entropy (D_1) and correlation (D_2) dimensions were lower in the series from the irrigation treatment. The Hölder exponent of order zero (α_0) and the widths of the singularity spectra, $f(\alpha)$, were very similar among the analyzed data series. The multifractality index slightly decreased with depth. These results suggest that singularity and Rényi spectra were useful for characterizing the time variability of soil water content, distinguishing patterns among series registered under rainfed and irrigation treatments.

1.- Introducción

Muchos procesos complejos que tienen lugar en el suelo se caracterizan por su falta de homogeneidad (Western y Blöschl, 1999; Caniego et al., 2005; Zeleke y Si, 2006), un aspecto que se puede describir mediante las propiedades de escala. Entre estos procesos se incluye el contenido de agua en el suelo. Este parámetro puede estimarse de manera

automática haciendo uso de sensores que midan las variaciones en la constante dieléctrica del suelo, ya que ésta se encuentra íntimamente relacionada con el contenido de humedad (Mestas Valero et al., 2012). Las dos técnicas más utilizadas actualmente para la medida del contenido hídrico del suelo son las reflectometrías en los dominios del tiempo (TDR) y la frecuencia (FDR).

La distribución espacial y temporal del almacenamiento de agua en el suelo es una variable importante para determinar las interacciones suelo-atmósfera, la infiltración, la recarga y para monitorizar el balance hídrico del suelo (Rodríguez-Iturbe, 1999). Esta variabilidad en el almacenamiento de agua en el suelo se encuentra íntimamente relacionada con factores topográficos, geológicos, edáficos y de vegetación (Braud et al., 1995). Estos factores y procesos medioambientales (precipitación, evapotranspiración, escorrentía) no operan independientemente si no como un conjunto de procesos con efectos anidados y complejos. Todo ello resulta en una distribución del almacenamiento de agua en el suelo que varía en función de la escala espacial y temporal. Diversos estudios se han ocupado de describir patrones de escala en el comportamiento de la distribución espacial del contenido de agua en el suelo (e.g. Kim y Barros, 2002; Biswas et al., 2012), pero pocos lo han hecho de su comportamiento temporal (Mestas Valero et al., 2011).

En este sentido, las teorías fractal y multifractal son herramientas muy prometedoras para la caracterización de las propiedades hídricas de los suelos (Posadas et al., 2002). Los modelos fractales se han empleado ampliamente en ciencias del suelo desde la década de 1990 ya que las propiedades edáficas se pueden interpretar a través de conceptos de escala invariante, fractales y multifractales. Por ejemplo, las características de retención hídrica se han descrito por medio de modelos fractales (Tyler y Wheatcraft, 1990; Perfect et al., 1996). Más recientemente, el interés se ha dirigido hacia modelos multifractales (Vidal Vázquez et al., 2008; Biswas et al., 2012).

Un proceso monofractal es homogéneo en el sentido de que sus propiedades de escala pueden describirse con un solo exponente de singularidad. Por el contrario, los multifractales requieren muchos índices para describir sus propiedades de escala y éstos pueden descomponerse en muchos (posiblemente infinitos) subconjuntos de datos caracterizados por distintos exponentes de escala. De ahí que los multifractales sean intrínsecamente más complejos y heterogéneos que los monofractales.

Diversos autores han llevado a cabo estudios multifractales de series temporales de datos heterogéneos. Por ejemplo, Jiménez-Hornero et al. (2010) describieron series temporales de datos de ozono empleando el formalismo multifractal. Se considera que el contenido hídrico del suelo se comporta como una señal geofísica no homogénea caracterizada por una dinámica variable, con repentinos e intensos picos de gran actividad, principalmente en las capas más superficiales del suelo (Mestas Valero et al., 2011). En la actualidad no existen muchos análisis multifractales sobre el contenido de agua en el suelo y se han referido a pradera (Mestas Valero et al., 2011). Por tanto, el objetivo de este estudio es describir la dinámica del agua en el suelo bajo un viñedo con dos tratamientos de riego y determinar la multifractalidad de estas series de datos.

2.- Material y métodos

2.1. Localización del área experimental

El ensayo se ha llevado a cabo del 28 de junio al 16 de agosto, durante la campaña de riego, de 2011 en la finca experimental de la Estación de Viticultura e Enología de Galicia (EVEGA) situada en Leiro, Ourense, en plena comarca de O Ribeiro (latitud: 42° 21,62' N, longitud: 8° 7,02' O, 110 m sobre el nivel del mar). El clima es templado y de carácter Atlántico, si bien se observa un déficit hídrico durante los meses de verano (de junio a septiembre). Se han recogido datos meteorológicos por medio de una estación situada en la propia parcela experimental. De abril a septiembre de 2011, la temperatura media fue de 18,5 °C y la precipitación total de este período fue de 131,2 mm.

Las plantas del viñedo experimental, de 0,2 ha, son de la variedad 'Albariño' injertadas sobre 196-17C, con una edad de 13 años y espaciadas 2,5 m entre filas y 1,2 m entre plantas (3333 cepas ha⁻¹). Las cepas se encuentran conducidas en cordón unilateral. La orientación de las filas es Este-Oeste.

El suelo de la parcela experimental es un inceptisol (Soil Survey Staff, 2010) de textura arenosa: 69% arena, 14% limo, 17% arcilla. Presenta una pedregosidad media y un contenido en materia orgánica medio (2,8%). Asimismo, no presenta limitaciones físicas ni químicas en profundidad, lo que le confiere un buen drenaje y una velocidad de infiltración media-alta. En el presente estudio se ha considerado que la mayor parte del sistema radicular del viñedo se sitúa en los 60 cm más superficiales.

2.2. Dispositivo experimental

El experimento de riego se dispuso siguiendo un diseño experimental en bloques al azar con tres repeticiones, y una parcela elemental de 7 cepas (Fig. 1). Se aplicaron dos regímenes hídricos para generar variabilidad tanto en el contenido de agua en el suelo como en el estado hídrico de las plantas. Los tratamientos aplicados fueron secano y regadío al 70% de la evapotranspiración del

cultivo (ET_c), calculada según Allen et al. (1998). El riego se efectuó mediante dos goteros autocompensantes por planta, con un caudal de 4 L h⁻¹ y situados a 25 cm a cada lado del tronco de la cepa. No se tuvo en cuenta la eficiencia del sistema de riego. El período de riego transcurrió desde mediados de junio a finales de agosto, que es la época de mayor demanda evapotranspirativa, y la cantidad de agua aportada al cultivo fue de 119 mm por planta. Los riegos se aplicaron de madrugada para evitar en lo posible las pérdidas por evaporación y se efectuaron con una frecuencia semanal empleando la ET_c estimada para la semana precedente.

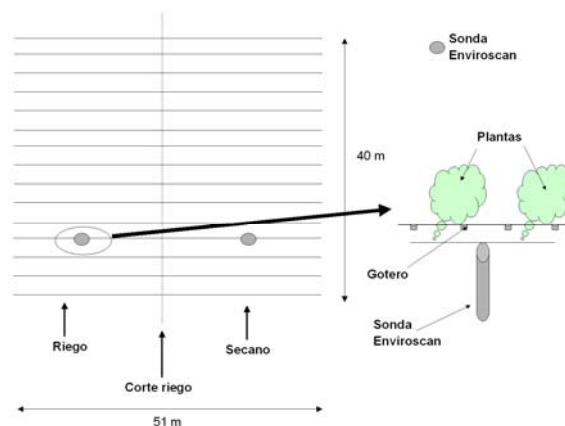


Fig. 1. Esquema del diseño experimental

2.3. Medidas

El contenido volumétrico de agua en el perfil del suelo se monitorizó en dos zonas del viñedo experimental utilizando dos sondas (una en el tratamiento de secano y otra en el riego) basadas en la técnica del FDR (EnviroSCAN Solo, Sentek, Australia). Cada sonda consta de tres sensores instalados dentro de un tubo de acceso a 20, 40 y 60 cm, y estaba conectada a un data logger que registraba datos automáticamente a intervalos de 30 minutos durante todo el período de estudio. Estas sondas se colocaron entre dos viñas de cada uno de los tratamientos, evitando que estuviesen próximas a los goteros (aproximadamente a 25 cm del gotero y a 50 cm del tronco de las plantas). Se ha empleado la ecuación propuesta por el fabricante para transformar los datos de permitividad registrados por las sondas a valores de contenido volumétrico de agua en el suelo.

2.4. Análisis multifractal

Los conceptos sobre multifractales y sus técnicas de estimación que se han empleado en este trabajo se resumen a continuación. Para tener una descripción más detallada tanto sobre multifractales como sobre la caracterización del comportamiento multifractal de series de datos, los lectores pueden remitirse a Chhabra et al. (1989) y Everstz y Mandelbrot (1992).

El análisis multifractal de series temporales de contenido de agua en el suelo sobre un determinado intervalo de

tiempo $I = [a, b]$ necesita un conjunto de subintervalos diferentes de igual longitud y que no se solapen. Normalmente se considera un factor de escala múltiplo de 2 (e.g. Caniego et al., 2005; Vidal Vázquez et al., 2008); esto significa realizar particiones sucesivas del intervalo inicial en k fases ($k = 1, 2, 3\dots$). Esto genera un número de celdas $N(\delta) = 2^k$ con una resolución temporal determinada, $\delta = L \times 2^{-k}$, que cubre todo el intervalo inicial I .

La aplicación del formalismo multifractal a series temporales de datos ha sido descrita recientemente (Jiménez-Hornero et al., 2010; Mestas Valero et al., 2011), por tanto, solo resumiremos las técnicas computacionales empleadas en este estudio. El intervalo temporal de las series de FDR, L , varió de media hora hasta dos meses y la resolución temporal mínima, δ_{mi} , se seleccionó de modo que cada intervalo inicial contuviese al menos una media horaria de datos de humedad de suelo, θ_{mi} . Siguiendo este procedimiento, la distribución de probabilidades de la función de masa, $p_i(\delta)$, para una resolución temporal δ se estimó como la siguiente proporción:

$$p_i(\delta) = \frac{\theta_i(\delta)}{\sum_j^{n_{mi}} (\theta_{ini})_j} \quad (1)$$

donde θ_{mi} es el contenido hídrico del i -ésimo intervalo y n_{mi} es el número de intervalos inicial con un contenido de agua medio θ_{mi} .

Se utilizó el método del momento (Chhabra et al., 1989) para analizar el espectro multifractal de la función de masa, $p_i(\delta)$. En primer lugar, la función de partición, $\chi(q, \delta)$ se estimó a partir de los valores de $p_i(\delta)$:

$$\chi(q, \delta) = \sum_{i=1}^n p_i(\delta)^q \quad (2)$$

La función de partición está relacionada con δ a través de:

$$\chi(q, \delta) \propto \delta^{-\tau(q)} \quad (3)$$

donde $\tau(q)$ es el exponente de masas o la función de escala de orden q , que se puede obtener mediante la gráfica $\chi(q, \delta)$ frente a δ en diagramas log-log.

Los datos multifractales también se puede caracterizar por su espectro de dimensión generalizada, D_q , que puede obtenerse directamente a partir del exponente de masa, τ_q , y el i -ésimo orden q como:

$$D_q = \frac{\tau(q)}{(1-q)}, (q \neq 1) \quad (4)$$

Para el caso particular cuando $q = 1$, la ecuación (4) es indeterminada; entonces se aplica la regla de l'Hôpital, lo que nos conduce a la siguiente expresión:

$$D_1 = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^n p_i(\delta) \log[p_i(\delta)]}{\log(\delta)} \quad (5)$$

Las dimensiones generalizadas, D_q para $q = 0, q = 1$ y $q = 2$, se conocen como las dimensiones de capacidad, de información y de correlación, respectivamente. En estructuras homogéneas son próximas unas a otras, mientras que para una estructura monofractal las tres presentan la misma magnitud.

En muchos trabajos, las principales propiedades multifractales se han descrito mediante diversos parámetros derivados de D_q y τ_q (Cheng et al., 1999; Vidal Vázquez et al., 2010). Se ha definido la diferencia $w = (D_{10} - D_{10})$ como la amplitud de la dimensión de los espectros generalizados y se ha sugerido como un importante parámetro multifractal. Del mismo modo, otras amplitudes o diferencias entre varios momentos q , como por ejemplo $(D_0 - D_2)$, también caracterizan la multifractalidad de las series temporales del contenido de agua en el suelo (Mestas Valero et al., 2011).

Para calcular el espectro multifractal, $f(\alpha)$, se empleó el método propuesto por Chhabra y Jensen (1989) debido a su simplicidad y precisión. Este método estima de manera paramétrica e independiente los valores de $f(\alpha)$ y α :

$$\alpha(q) \propto \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(q, \varepsilon) \log[p_i(\varepsilon)]}{\log(\varepsilon)} \quad (6)$$

$$f[\alpha(q)] \propto \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(q, \varepsilon) \log[\mu_i(q, \varepsilon)]}{\log(\varepsilon)} \quad (7)$$

donde $\mu_i(q, \varepsilon)$ es la medida normalizada, definida como

$$\mu_i(q, \varepsilon) = \frac{p_{iq}(\varepsilon)}{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon)} \quad (8)$$

Los espectros de singularidad, $f(\alpha)$, se calcularon en el rango de $-10 < q < 10$.

3.- Resultados y discusión

3.1.- Patrones de contenido de agua en el suelo bajo viñedo

La Fig. 2a presenta los valores de precipitación, riego y evapotranspiración de cultivo (ET_c) para el período de estudio.

Se puede observar que, en el momento de iniciadas las aplicaciones suplementarias de agua, el contenido hídrico del suelo en el tratamiento de riego se estabiliza, mientras que en el secano continúa decreciendo, con un repunte al final de la campaña debido a las lluvias caídas en ese momento (Fig. 2b).

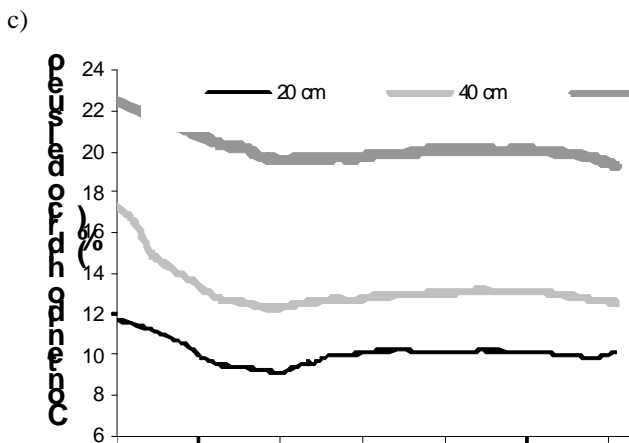
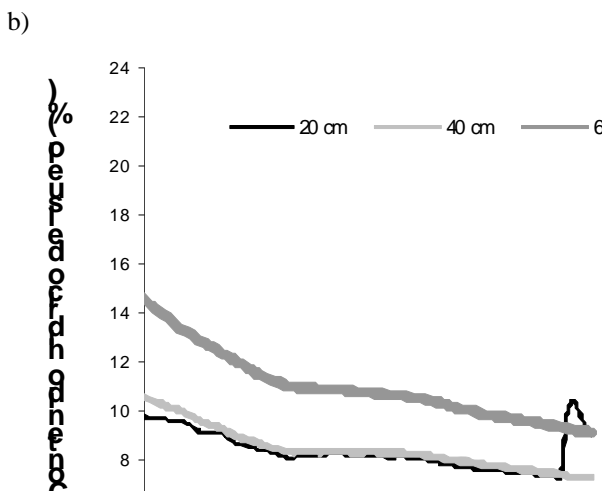
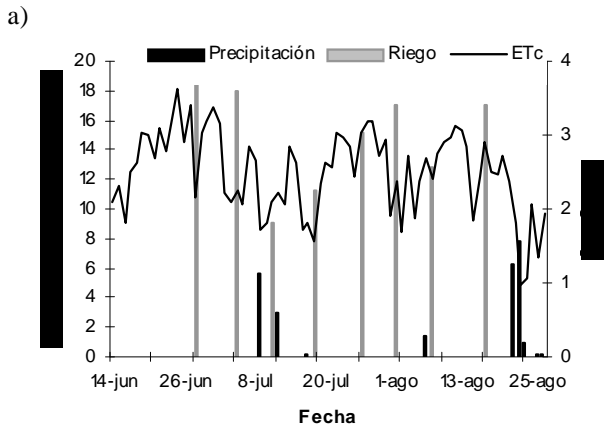


Fig. 2. Evolución temporal de la evapotranspiración del cultivo (ETc), precipitación y riego durante el período de estudio (a) y del contenido de agua en las tres profundidades consideradas (de 20 a 60 cm) para los tratamientos de secano (b) y de riego (c)

Estos resultados sugieren que el aporte de agua aplicado al tratamiento de riego fue suficiente para cubrir los requerimientos hídricos del viñedo en esta campaña concreta (Fig. 2c).

Asimismo, cabe destacar el hecho de que el descenso del contenido de agua del suelo ha ocurrido en las tres profundidades consideradas (20, 40 y 60 cm), lo que

sugiere que la vid ha sido capaz de extraer agua de estas capas (datos no mostrados).

3.2.- Multifractalidad de las series temporales de contenido de agua en el suelo

En primer lugar se estudiaron los gráficos log-log de las funciones de partición, $\chi(q, \delta)$, frente a las medidas de escala, δ , para determinar si el patrón de escala temporal del contenido de agua en el suelo obedece a leyes de potencia.

La Fig. 3 muestra, a modo de ejemplo el gráfico log-log para la serie de datos registrados a 20 cm de profundidad bajo tratamiento de secano. El rango de resolución temporal va de $d = 2$ datos (1 hora) a $d = 256$ datos (128 horas). Para todos los momentos estadísticos estudiados ($q = -10$ a $q = 10$), el logaritmo de las medidas normalizadas varió linealmente con respecto al logaritmo de la escala ($r^2 > 0,95$). La distribución de una medida se considera fractal (mono o multifractal) cuando los momentos obedecen leyes de potencia, lo que se interpreta como un comportamiento autosimilar.

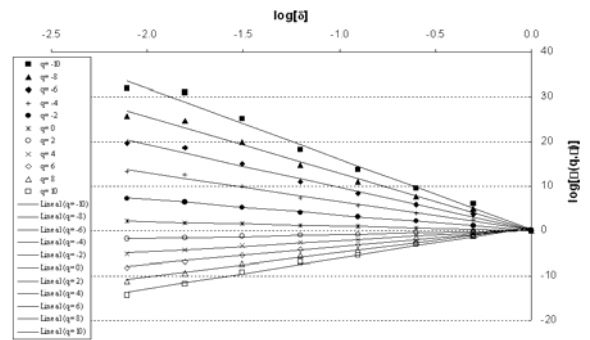


Fig. 3. Gráfico log-log de la función de partición, $\chi(q, \delta)$, frente a la resolución temporal, a la profundidad de 20 cm bajo tratamiento de secano.

En el caso de las series de datos registradas bajo el tratamiento de riego, éstas siguieron comportamientos similares a los de las series registradas bajo secano (Fig. 4).

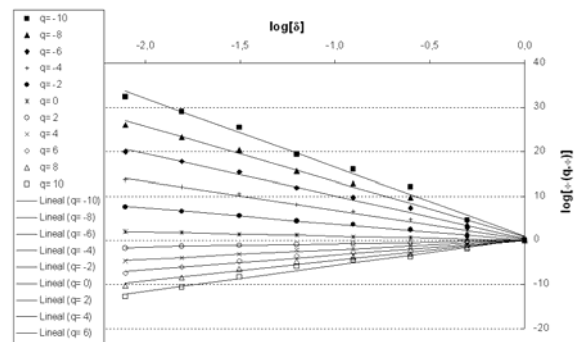


Fig. 4. Gráfico log-log de la función de partición, $\chi(q, \delta)$, frente a la resolución temporal, a la profundidad de 20 cm bajo tratamiento de riego

Las propiedades de escala observadas en la Fig. 3 y la Fig. 4 para la profundidad de 20 cm y sucesivas (datos no mostrados) se pueden caracterizar determinando si el tipo de escala es simple (monofractal) o múltiple (multifractal). En una distribución monofractal, los valores de D_1 y D_2 son similares a los de D_0 , mientras que, si se cumple que $D_0 > D_1 > D_2$, la distribución posee tendencia multifractal.

Los valores de la dimensión de capacidad, D_0 , no fueron significativamente diferentes de 1 (datos no mostrados). Los valores de las dimensiones de información (D_1) y de correlación (D_2) se exponen en la Tabla 1, junto con los valores de amplitud de la dimensión generalizada, w , para los momentos $q = -10$ y $q = 10$, que puede considerarse como un índice de multifractalidad.

Tabla 1. Valores de las dimensiones de información (D_1) y de correlación (D_2) y de la amplitud del espectro D_q , w , ($w = D_{-10} - D_{10}$) en función del tratamiento y de la profundidad

Tratamiento	Profundidad (cm)	D_0	D_1	D_2	w
Secano	20	0,999	0,937	0,884	0,672
Secano	40	1,000	0,881	0,746	0,752
Secano	60	1,000	0,925	0,868	0,656
Secano	20 a 60	1,000	0,916	0,833	0,589
Riego	20	0,999	0,868	0,778	0,757
Riego	40	1,000	0,852	0,773	0,698
Riego	60	1,000	0,852	0,758	0,664
Riego	20 a 60	1,000	0,861	0,773	0,695

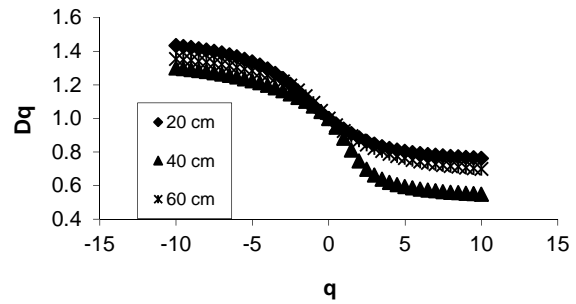
Como indican Mestas Valero et al. (2011), el valor de D_1 es un buen índice del grado de heterogeneidad en la distribución temporal de una medida. Si D_1 se acerca al valor de D_0 , la distribución de la medida es más homogénea. Los resultados del presente estudio muestran que el contenido de agua en el suelo para las tres profundidades observadas presentan un comportamiento multifractal bajo los dos tratamientos considerados (Tabla 1).

Asimismo, la mayor amplitud del espectro de dimensión generalizada cerca de la superficie en el tratamiento de riego está de acuerdo con la naturaleza cambiante del contenido hídrico del suelo, que aumenta con el aporte suplementario de agua por medio del riego, implicando una mayor heterogeneidad de esta variable a poca profundidad (Tabla 1). En el caso del secano, no se observa un gran efecto de la profundidad en el comportamiento multifractal de esta variable.

La Fig. 5 muestra las dimensiones generalizadas calculadas para todo el rango de $q = -10$ a $q = 10$ para el contenido de agua en el suelo a las tres profundidades consideradas en los dos tratamientos estudiados. En el caso del secano, se observaron las típicas curvas sigmoidales para las tres profundidades, con un punto de inflexión en el punto $q = 0$ frente a $D_q = 1$ y con menor curvatura en el rango de $0 < q < 10$. La distribución con

mayor curvatura es la correspondiente a 40 cm de profundidad (Fig. 5a).

a)



b)

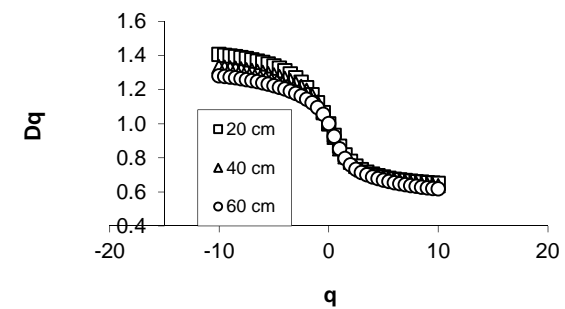


Fig. 5. Espectros de dimensiones generalizadas (o de Rényi) para el contenido de agua en el suelo a 20, 40 y 60 cm de profundidad: a) Secano, b) Riego

En el caso del riego, también se han observado curvas sigmoidales para todas las profundidades y con menor curvatura para q entre 0 y 10. En este caso, la distribución con mayor curvatura es la correspondiente a 20 cm de profundidad (Fig. 5b). Estas curvas sigmoidales confirman la multifractalidad de las series de datos estudiadas.

Estos resultados contrastan con los de Mestas Valero et al. (2011) bajo pradera ya que estos autores obtenían distribuciones monofractales del contenido de agua en el suelo a medida que aumentaba la profundidad. Esta diferencia puede ser debida, probablemente, a la mayor profundidad alcanzada por el sistema radicular de la vid, capaz de extraer agua de capas más profundas del suelo que la pradera.

Si comparamos el promedio de contenido de agua en el suelo bajo los dos tratamientos, observamos que la serie bajo riego presenta una mayor curvatura (Fig. 6).

Los valores del espectro de singularidad, $f(\alpha)$, para las series de contenido de agua en el suelo confirman la multifractalidad observada (Fig. 7). La amplitud de este espectro fue mayor para el tratamiento de riego, indicando la mayor heterogeneidad de la variable bajo este tratamiento.

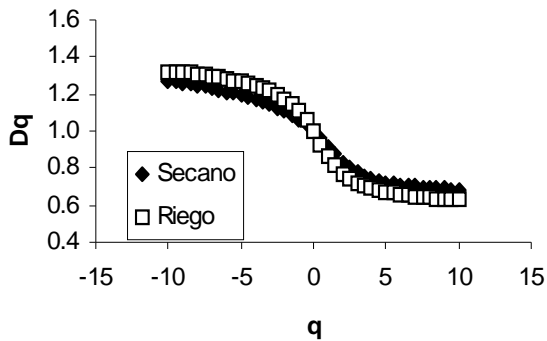


Fig. 6. Espectros de dimensiones generalizadas (o de Rényi) para el contenido promedio de agua en el suelo para las profundidades estudiadas (de 20 a 60 cm) bajo los dos tratamientos

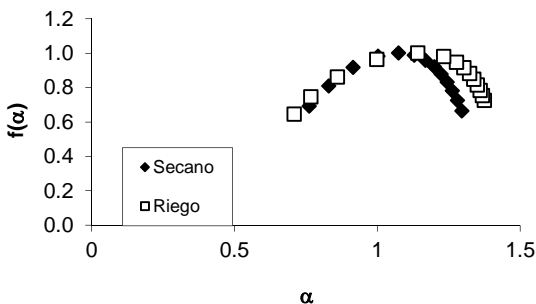


Fig. 7. Espectros de singularidad para el contenido promedio de agua en el suelo para las profundidades estudiadas (de 20 a 60 cm) bajo los dos tratamientos

4.- Conclusiones

Bajo las condiciones de este trabajo, los registros continuos de contenido de agua en el suelo a diferentes profundidades han permitido una descripción aceptable del régimen hídrico del suelo bajo viñedo durante la campaña de riego.

El logaritmo de las funciones de partición varió linealmente con el logaritmo de la resolución temporal para todas las profundidades bajo los dos tratamientos considerados en el rango de momentos $-10 < q < 10$, lo que sugiere que las series temporales de contenido de agua del suelo obedecen leyes de potencia y deben considerarse como fractales.

Las propiedades de escala de las series temporales de contenido de agua estudiadas se ajustaron razonablemente bien a modelos multifractales. Estas propiedades fueron diferentes para los tratamientos de secano y riego. Por tanto, el análisis multifractal ha permitido discriminar entre patrones de contenido hídrico del suelo bajo viñedo durante la campaña de 2011 en función del empleo de riego o no.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido financiado parcialmente mediante el proyecto INIA de referencia RTA2011-00041-C02-01, con 80% fondos FEDER. J.M. Mirás Avalos agradece a la Xunta de Galicia su contrato dentro del programa Isidro Parga Pondal. Se agradece al Dr. Antonio Paz González de la Universidade da Coruña sus explicaciones y consejos sobre

el análisis multifractal.

5.- Bibliografía

- Allen, R.G., L.S. Pereira, D. Raes y M. Smith, 1998. *Crop evapotranspiration. Guidelines for computing crop water requirements*. FAO Irrigation and Drainage Paper N° 56. Roma, Italia, 15-27.
- Biswas A., T.B. Zeleke y B.C. Si, 2012. Multifractal detrended fluctuation analysis in examining scaling properties of the spatial patterns of soil water storage. *Nonlin. Processes Geophys.* 19, 227-238.
- Braud, I., A.C. Dantasantonino y M. Vauclin, 1995. Approach to studying the influence of the spatial variability of soil hydraulic properties on surface fluxes, temperature and humidity. *J. Hydrol.* 165, 283-310.
- Caniego, F.J., R. Espejo, M.A. Martín y F. San José, 2005. Multifractal scaling of soil spatial variability. *Ecol. Model.* 182, 291-303.
- Cheng, Q., 1999. Multifractality and spatial statistics. *Comp. Geosci.* 25, 949-961.
- Chhabra, A.B. y R.V. Jensen. 1989. Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum. *Phys. Rev. Lett.* 62, 1327-1330.
- Chhabra, A.B., C. Meneveau, R.V. Jensen y K.R. Sreenivassen, 1989. Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum and its application to fully developed turbulence. *Phys. Rev. A.* 40, 5284-5294.
- Everstz, C.J.G. y B.B. Mandelbrot, 1992. *Multifractal measures*, en *Chaos and Fractals*. Springer, Berlín.
- Jiménez-Hornero, F.J., E. Gutiérrez de Ravé, A.B. Ariza-Villaverde y J.V. Giráldez, 2010. Description of the seasonal pattern in ozone concentration time series by using the strange attractor multifractal formalism. *Environ. Monitor. Assess.* 160, 229-236.
- Kim, G. y A.P. Barros, 2002. Space-time characterization of soil moisture from passive microwave remotely sensed imagery and ancillary data. *Remote Sens. Environ.* 81, 393-403.
- Mestas Valero, R.M., M. Valcárcel Armesto, J.M. Mirás Avalos, E. Vidal Vázquez, J. Paz Ferreira y R. Guimarães Giácomo, 2011. Temporal trends of water content under grassland: characterization using the multifractal approach, en *Estudios en la Zona no Saturada del Suelo vol X*, Universidad de Salamanca. 109-112.
- Mestas Valero R.M., J.M. Mirás Avalos y E. Vidal Vázquez, 2012. Estimation of the daily water consumption by maize under Atlantic climatic conditions (A Coruña, NW Spain) using Frequency Domain Reflectometry. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 12, 709-714.
- Perfect, E., N.B. McLaughlin, B.D. Kay y G.C. Topp, 1996. An improved fractal equation for the soil water retention curve. *Water Resour. Res.* 32, 281-287.
- Posadas A., D. Jiménez y R. Quiroz, 2002. Análisis multifractal de la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica en un suelo estratificado. *Revista de Investigación de Física.* 5, 36-43.
- Rodríguez-Iturbe, I., P. D'Odorico, A. Porporato y L. Ridolfi, 1999. Tree-grass coexistence in savannas: the role of spatial dynamics and climate fluctuations. *Geophys. Res. Lett.* 26, 247-250.
- Soil Survey Staff, 2010. *Keys to Soil Taxonomy*. United States Department of Agriculture. Natural Resources Conservation Service. 346 pp.
- Tyler, W.T. y S. Wheatcraft, 1990. Fractal processes in soil water retention. *Water Resour. Res.* 26, 1047-1054.
- Vidal Vázquez, E., J. Paz Ferreira, J.G.V. Miranda y A. Paz González, 2008. Multifractal analysis of pore size distributions as affected by simulated rainfall. *Vadose Zone J.* 7, 500-511.
- Vidal Vázquez, E., J.G.V. Miranda y J. Paz Ferreira, 2010. A multifractal approach to characteriza cumulative rainfall and tillage effects on soil surface micro-topography and to predict depression storage. *Biogeosciences.* 7, 2989-3004.
- Western A.W. y G. Blöschl, 1999. On spatial scaling of soil moisture. *J. Hydrol.* 217, 203-224.
- Zeleke T.B. y B.C. Si, 2006. Characterizing scale-dependent spatial relationships between soil properties using multifractal techniques. *Geoderma.* 134, 440-452.